جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر الطبولوجيا العامة (2)
السنة الثالثة - رياضيات
الفصل الأول للعام الدراسي 2017/2016

الاسم : سعد ورات عرف ورت
المدة : ساعة ونصف
العلامة : 100

السؤال الأول (35 علامة) : لتكن $\mathbb{R}$ مجموعة الأعداد الحقيقية و τ الطبولوجيا الضعيفة (غير المتقطعة) على $\mathbb{R}$.

أ – علّل الآتي : إن الفضاء $(\mathbb{R}, \tau)$ هو : 1) متراص ، 2) مترابط ، 3) ليس T_0 – فضاء .

ب – بفرض $A = [0, 1]$ ، أوجد A^* و $\bar{A}$ و $\dot{A}$ و $Fr(A)$ و $Ext(A)$.

ج – عيّن الطبولوجيا النسبية τ_A (أثر الطبولوجيا τ على A) .

السؤال الثاني (35 علامة) :

أ – عرّف الآتي : 1) موضوعة العد الأولى ، 2) فضاء هاوسدورف ، 3) الفضاء المترابط .

ب – أكمل العبارات التالية بما هو مناسب :

1) المجموعات المتراصة في الفضاء الإقليدي هي .... 2) اجتماع عدد منته من المجموعات المتراصة هو .... 3) اجتماع مجموعتين مترابطتين .... 4) التطبيق المستمر من فضاء متراص إلى فضاء هاوسدورف هو .... 5) يتطابق التطبيقان المستمران f و g على الفضاء X إذا تساويا على .... من X

السؤال الثالث (30 علامة) : أ – إذا كانت المجموعة وحيدة العنصر $\{x\}$ مغلقة في الفضاء الطبولوجي X من أجل أي نقطة x ، فأثبت أن هذا الفضاء يكون T_1 – فضاء .

ب – لتكن $\mathcal{B}$ قاعدة للفضاء الطبولوجي X ، أثبت أن أسرة المجموعات $V = \{v \in \mathcal{B}, x \in v\}$ هي جملة أساسية لجوارات النقطة x مهما كانت x من X .

ج – أثبت أن المجموعة الجزئية A من الفضاء الطبولوجي X تكون كثيفة إذا وفقط إذا كانت تتقاطع مع جميع المجموعات المفتوحة غير الخالية .

حمص في 24/ 1/2017

أ . د . طالب غريبة

بالإضافة ٢

سلم تصحيح مقرر الطبولوجيا العامة (٢)

السنة الثالثة - رياضيات

الفصل الاول للعام الدراسي ٢٠١٦ / ٢٠١٧

السؤال الأول (٢٥ علامة):

أ- التعليل: ١) الفضاء متراص لأن عدد مجموعاته المفتوحة منتهٍ. 4

٢) الفضاء مترابط لأن المجموعتين الوحيدتين المفتوحتين والمغلقتين معاً هما Φ و $\mathbb{R}$. 4

٣) الفضاء ليس T_0 - فضاء لأن لأي نقطة من نقاطه جوار وحيد هو الفضاء كله $\mathbb{R}$، وبالتالي لا يوجد لنقطة من نقطتين جوار لا يحوي النقطة الأخرى. 4

ب- $A^\circ = \Phi$ 4 ؛ $\bar{A} = \mathbb{R}$ 4 ، $A' = \mathbb{R}$ 4

$Fr(A) = \bar{A} \setminus A^\circ = \mathbb{R}$ 4 ؛ $Ext(A) = \mathbb{R} \setminus \bar{A} = \Phi$ 4

جـ- الطبولوجيا النسبية = $\tau_A = \{U \cap A, U \in \tau\} = \{\Phi, A\}$ 3

السؤال الثاني (٢٥ علامة):

أ- التعاريف: ١) موضوعة العد الأولى هي أن تمتلك كل نقطة من نقاط فضاء طوبولوجي جملة أساسية من الجوارات قابلة للعد. 5

٢) فضاء هاوسدورف: من أجل أي نقطتين من الفضاء يوجد جوار للأولى وجوار للثانية وهذان الجواران لا يتقاطعان. 5

٣) الفضاء المترابط هو الذي لا يساوي اجتماع مجموعتين مفتوحتين غير خاليتين وغير متقاطعتين. 5

ب- إكمال العبارات: ١) المغلقة والمحدودة. 4 ٢) مجموعة متراصة 4 ٣) ليس بالضرورة مجموعة مترابطة 4 ٤) تطبيق مغلق. 4 ٥) مجموعة كثيفة 4

السؤال الثالث (٢٠ علامة):

أ- لنأخذ نقطتين مختلفتين x و y من الفضاء X، عندها تكون المجموعة $X \setminus \{x\}$ مفتوحة وهي جوار لـ y لا يحوي x، كما أن $X \setminus \{y\}$ مجموعة مفتوحة وهي جوار لـ x لا يحوي y، إذن X هو T_1- فضاء. 8

ب- لتكن x نقطة كيفية من الفضاء و G جواراً كيفياً لـ x
توجد مجموعة مفتوحة U بحيث $x \in U \subseteq G$. وبما أن
فالمجموعة U تساوي اجتماعاً لعناصر من $\mathcal{B}$ ، وهذا يعني أن 8
إحدى مجموعات هذا الاجتماع وهي مجموعة من عناصر
من $\mathcal{B}_x$ أي $V_x \subseteq G$ ، إذن V جملة أساسية

ج- لزوم الشرط: 7
كفاية الشرط: 7

د. طالب غريبة

حمص في ٢٤/٦/٢٠١٧م